**Modellering af klimaforhold på Jorden**

Billede af fabrik med rygende skorsten (**læs sidste afsnit i dokumentet ’Til læreren om undervisningsmaterialet …’, hvis du vil vide mere om billederne, som forfatteren har brugt – og spare tid ved brug af materialet**).

*Er der nogen i din familie eller blandt jeres venner, der har anskaffet en elbil eller solceller? Kender du nogen, der spiser mindre oksekød end tidligere, eller måske nogen, der er blevet vegetar eller veganer? Overvejer du og din familie mere end tidligere, om I som transportmiddel skal vælge cykel, bil, tog eller fly?*

Hvis du kan svare ja til et eller flere af spørgsmålene, er baggrunden måske, at der gennem de sidste mange år har været talt og skrevet meget om klimaforandringer. Derfor har mange mennesker forsøgt at reducere deres bidrag til udledning af CO2 og andre drivhusgasser. FN’s klimapanel, IPCC, har nemlig på grundlag af et enormt videnskabeligt arbejde udført af tusindvis af forskere bl.a. konkluderet følgende[[1]](#footnote-1):

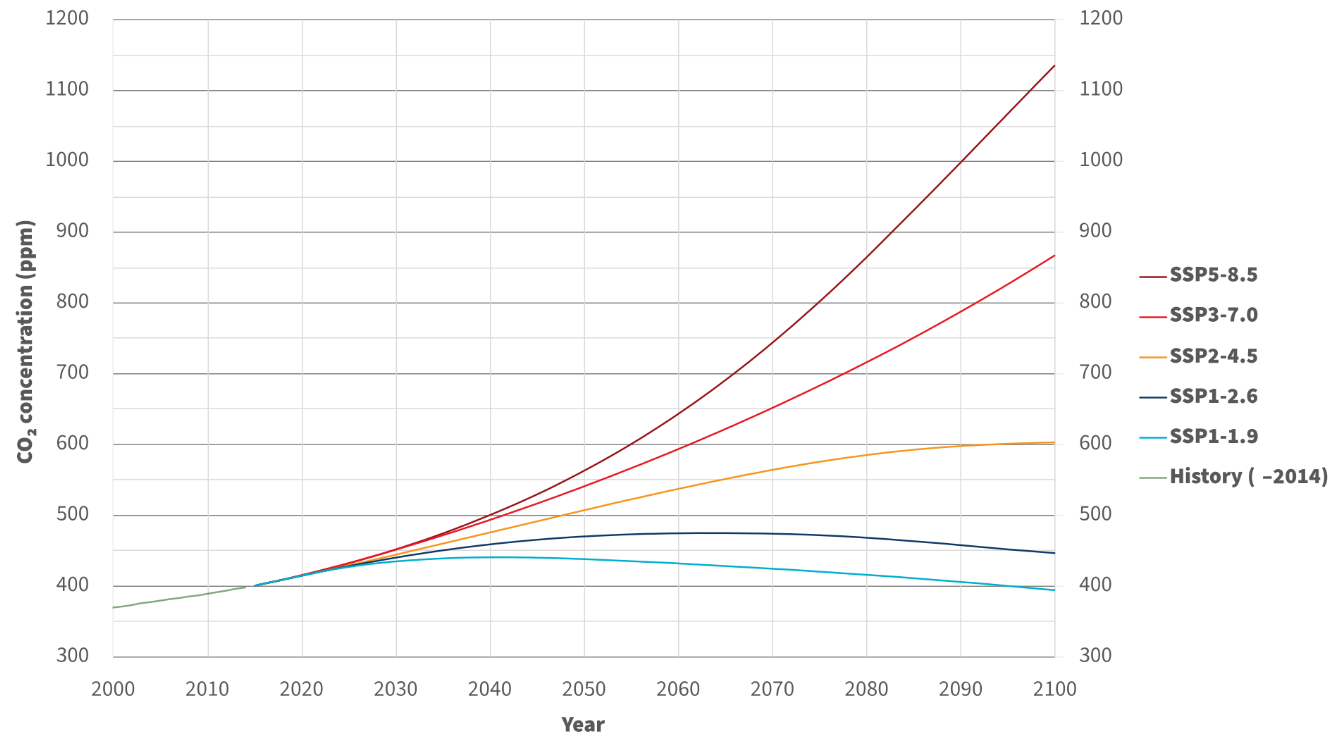
* Siden år 1900 er gennemsnitstemperaturen på Jorden steget med 1,1°C, og det skyldes primært den forøgede mængde CO2 i Jordens atmosfære pga. menneskers afbrænding af fossile brændstoffer som olie, kul og naturgas.
* Den globale udledning af drivhusgasser skal mindskes markant, hvis temperaturstigningen skal holdes under 2°C eller helst 1,5°C, som er det politiske mål.
* De menneskeskabte klimaforandringer har allerede ført til ekstreme vejr- og klimaforhold, der har forvoldt tab og skader for natur og mennesker overalt på jordkloden.
* Der vil uundgåeligt ske en stigning i havniveauet i århundreder frem pga. den fortsatte opvarmning af dybhavet og afsmeltning af iskapper.
* Klimaforandringerne vil føre til flere ekstreme vejrhændelser i form af skovbrande, oversvømmelser, orkaner mv.

Det er værd at bemærke, at der tidligere i historien har været ganske betydelige klimaforandringer, hvilket adskillige generationer af mennesker har tilpasset sig, fx ved at flytte til andre egne. Men det skaber en ny situation, at klimaforandringerne sker forholdsvis hurtigt, og at Jorden nu er så tæt befolket, at der ikke umiddelbart er mulighed for store folkevandringer.

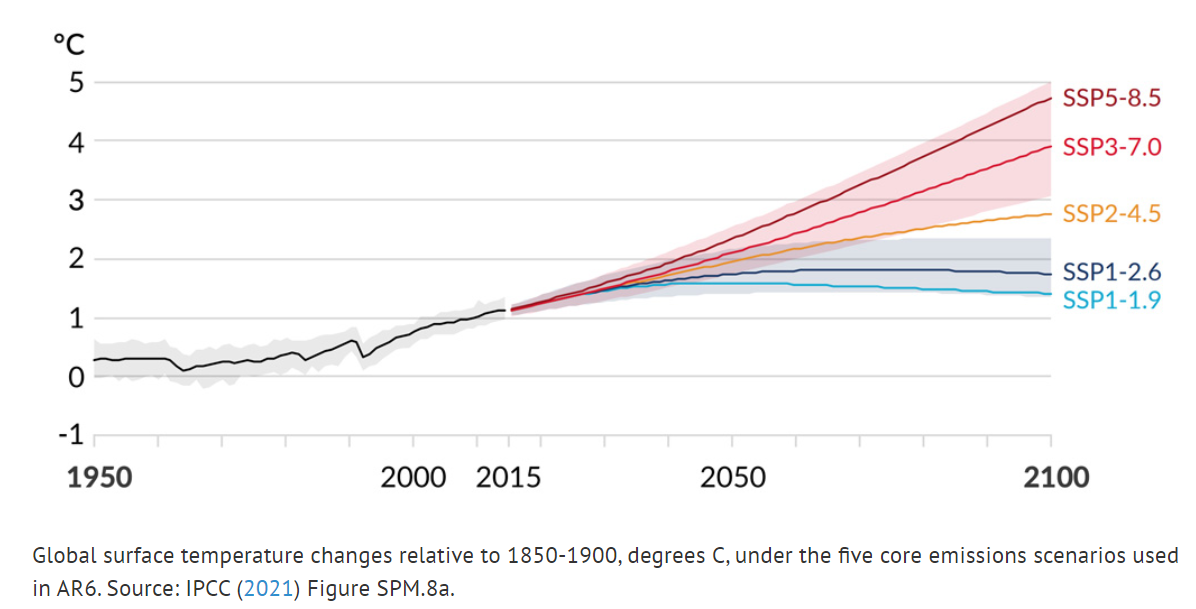
Hvor galt vil det gå? Hvordan udvikler temperaturer, vandstande osv. sig? Svarene kan søges vha. de matematisk-naturvidenskabelige modeller, der bl.a. laves af FN’s klimapanel. Modellerne kan bruges til at forudsige udviklingen afhængigt af udledningen af forskellige mængder af drivhusgasser.

Figur 1 viser udviklingen i CO2-koncentrationen i forskellige scenarier. Hvis udledningerne begrænses mest muligt (scenariet SSP1-1.9) vil CO2-koncentrationen i år 2100 være 400 ppm, altså 400 parts per million. Hvis derimod CO2-udledningerne fortsætter med at stige i mange år ud i fremtiden (scenariet SSP5-8.5), vil CO2-koncentrationen i år 2100 blive 1140 ppm.

Figur 2 viser, hvordan temperaturen på Jorden vil udvikle sig ved de forskellige CO2-koncentrationer. Hvis det lykkes at begrænse CO2-udledningerne mest muligt, vil temperaturen på Jorden i år 2100 være ca. 1,5 højere end i år 1900. Hvis udledningerne derimod fortsætter med at stige, vil temperaturen blive næsten 5 højere.



Figur . Udvikling af CO2 –koncentrationen frem mod år 2100 i forskellige scenarier angivet i ppm, parts per million. Scenariet SSP1-1.9 svarer til, at der er meget lave CO2-udledninger, mens scenariet SSP5-8.5 svarer til fortsatte stigninger i CO2-udledningen i mange år ud i fremtiden.



Figur . Udviklingen i overfladetemperaturen på Jorden ved forskellige scenarier for CO2-udledning[[2]](#footnote-2), jævnfør figur 1.

**Første klimamodel – en atmosfære uden betydning for energistrømmen**

Hvordan beregner forskerne temperaturen på Jorden? For at forstå dette vil vi i det følgende opstille en simpel model, der beskriver energibalancen for Jorden. I den mest simple klimamodel er der en balance mellem den indkommende energi fra Solen og den energi, der udsendes fra Jorden til verdensrummet. Mere præcist vil den indkommende effekt være lig med den udgående effekt.

Men hvor stor er den effekt, som udstråles fra Jorden?

Alle genstande udsender elektromagnetisk stråling, og det kaldes Planck-stråling. Intensiteten, *I,* af den udsendte stråling afhænger af genstandens temperatur. Med intensitet menes udsendt energi pr. tid pr. areal, så intensiteten kan fx angives i enheden W/m2 (Joule pr. sekund pr. kvadratmeter). Også bølgelængden af den udsendte stråling (spektralfordelingen) afhænger af temperaturen. Fx udsender Solen, der har en overfladetemperatur på omkring 5.500°C, mest stråling i det synlige og ultraviolette område. Et menneske med en overfladetemperatur på omkring 35°C udsender derimod infrarød stråling, der ikke kan ses med det blotte øje. Figur 3 viser, hvordan strålingsintensiteten og bølgelængden for den udsendte elektromagnetiske stråling afhænger af temperaturen. Figur 4 illustrerer, hvordan overfladetemperaturen varierer for to personer, der udsender infrarød stråling.

Et *sort legeme* er en genstand, som absorberer al den stråling, der rammer den. Jorden kan med tilnærmelse beskrives som et sort legeme. Det har den fordel, at man har en lov for sorte legemer – *Stefan-Boltzmanns lov* – der fortæller,

Planck-kurver ved forskellige temperaturer

Figur . Varmestråling (Planck-stråling) fra genstande med forskellige temperaturer. Bemærk, at Solens overfladetemperatur er ca. 5.500 (ca. 5.800 K), og derfor er strålingsintensiteten fra Solen højest i bølgelængdeområdet svarende til synligt lys.

hvordan intensiteten af den udsendte stråling, altså Planck-strålingen, afhænger af legemets overfladetemperatur:

(1)

*I* er intensiteten af den elektromagnetiske stråling, fx angivet i enheden W/m2. *T* er den absolutte temperatur angivet i K. Og *σ* Stefan-Boltzmanns konstant, som har værdien .

Målinger viser, at intensiteten af den elektromagnetiske stråling fra Solen, der når toppen af Jordens atmosfære, er 1370 W/m2. Denne størrelse kaldes *solarkonstanten*.

Vi vil nu vha. Stefan-Boltzmanns lov beregne Jordens gennemsnitstemperatur, *T*J. Hvis vi antager, at Jorden er en perfekt rund kugle med radius *r*J, vil den modtage energi over et areal, der har størrelsen *r*J2. Det skyldes, at Jorden set fra Solen dækker en cirkulær skive. Til gengæld udsender Jorden energi i form af elektromagnetisk stråling fra hele overfladen med arealet . Den indkommende energi og den udsendte energi må være lig hinanden, hvis temperaturen skal være konstant. I virkeligheden er det tilstrækkeligt, at der i gennemsnit over lang tid udstråles lige så meget energi, som der modtages i form af solstråling.

IR-billede af to elever.

Figur . Billede af to personer taget med IR-kamera. De to personer udsender infrarød stråling svarende til temperaturintervallet fra 20 til ca. 39.

(2)

Den faktiske gennemsnitstemperatur på Jordens overflade er 16 °C, så resultatet er ikke så langt fra, når man tager i betragtning, at det er en meget simpel model, der ligger til grund for beregningen.

Et af problemerne ved modellen er, at en del af den indkommende stråling fra Solen ikke bliver absorberet af Jorden. Omkring 23 % af den indkommende energi bliver reflekteret af skyer, og yderligere cirka 8 % reflekteres ved Jordens overflade – fx af is og sne. Den totale refleksion fra Jorden udgør altså omkring 31 % af energien. Den procentdel af energien, der reflekteres, kaldes *albedoen*, *A*, og den har således værdien 0,31 eller 31 %.

Man kan tage højde for albedoen i beregningen ved at erstatte 1370 W/m2 med 0,69∙1370 W/m2:

Resultatet bliver:

Vi har nu forbedret den første udgave af modellen, men resultatet er en temperatur, der åbenlyst er alt for lav.

Men hvorfor er Jorden så væsentligt varmere, end den temperatur, som vi beregnede vha. modellen ovenfor? For at besvare dette spørgsmål, bliver vi nød til at konstruere en lidt mere kompliceret klimamodel.

**Anden klimamodel – en atmosfære, som absorberer og udsender stråling**

Vi vil forbedre klimamodellen ved at medtage atmosfæren. Den simpleste måde at gøre dette på er at opfatte atmosfæren som et enkelt lag af en gennemsigtig, tynd gas. Vi vil i modellen tage højde for atmosfærens absorption af indkommende synligt lys fra Solen og af absorption af udkommende infrarød stråling fra Jorden.

Modellen er sammenfattet i figur 5, og vi nu se på betydningen af de forskellige parametre i modellen.

*I*S er solarkonstanten (1370 W/m2). Grunden til, at det er størrelsen , der indgår i modellen, er forholdet mellem arealet, der bestråles fra Solen – nemlig en cirkelskive med arealet , og arealet, hvorfra der udsendes stråling – nemlig en kugleoverflade med arealet . Dette svarer præcist til antagelsen i den første klimamodel. Størrelsen udtrykker således den gennemsnitlige intensitet af strålingen fra Solen, når den fordeles ud på hele Jordens overflade.

Gennemsnitsintensiteten fra Solen, når man gennem albedoen *A* tager højde for refleksionen af Solens stråler, bliver derfor . Det skyldes, at størrelsen (1-*A*)angiver den brøkdel af strålingen, der ikke reflekteres.

Den indkommende energi skyldes altså stråling i det synlige område samt i UV-området af det elektromagnetiske spektrum. En del af den energi vil blive absorberet i atmosfæren, og med ***τ*SYN** betegner vi *transmissionen* af solens stråling gennem atmosfæren. Altså den brøkdel af strålingen, der passerer gennem atmosfæren og når ned til Jordens overflade. Dermed får den

Figur med himmel, skyer og jordoverfladen. Figuren indeholder de fysiske symboler for den indkommende og udgående stråling i både de synlige område og det infrarøde område.

Figur . Størrelserne i ovenstående model er forklaret i teksten. Den gule farve angiver, at der primært er tale om synligt lys, mens den røde farve angiver, at der er tale om infrarød stråling.

samlede nettointensitet ved Jordens overflade størrelsen .

Vi antager nu, at Jorden vil opføre sig nogenlunde som et sort legeme. Jorden vil altså udsende stråling fra overfladen med en intensitet ***I*J**, der afhænger af overfladetemperaturen. Hovedparten af strålingen fra Jorden er i det infrarøde område. Det infrarøde lys har bølgelængder, som er længere end det røde lys i det synlige område men kortere end mikrobølgers bølgelængde – dvs. med bølgelængder i intervallet 700 nm til 1 mm.

I Jordens atmosfære findes gasser, der absorberer infrarød stråling. Det er de såkaldte *drivhusgasser*. De vigtigste drivhusgasser er vanddamp (H2O), kuldioxid (CO2), metan (CH4), lattergas (N2O), CFC-gasser (freongasser) og ozon (O3). I meget grove træk kan man sige, at forholdet mellem de tre vigtigste bidragydere til drivhuseffekten – nemlig vanddamp, skyer og kuldioxid – er 2:1:1. Kuldioxid absorberer primært infrarød stråling ved bølgelængder 12-18 µm. Vanddamp absorberer mere jævnt men mindre effektivt over mange forskellige bølgelængder.

På samme måde som før betegner vi nu med ***τ*IR** den brøkdel af den infrarøde stråling, der ikke absorberes af atmosfæren. Dvs. *τ*IR udtrykker transmissionen af infrarød stråling. Det betyder, at energi vil blive udsendt fra toppen af Jordens atmosfære i form af infrarød stråling med intensiteten *I*J*∙ τ*IR*.*

Atmosfæren består af stof med en vis temperatur. Det betyder, at også atmosfæren vil udsende stråling – både ned mod Jorden og ud i verdensrummet. Vi antager, at atmosfæren udsender lige meget stråling i begge retninger, og med ***I*A** betegnes intensiteten af denne stråling.

Vi antager nu, at der er balance i energistrømmen både ved atmosfærens top og ved Jordens overflade. Det forekommer at være en rimelig antagelse, idet vi kan konstatere, at gennemsnitstemperaturen begge steder er nogenlunde stabil. Dermed kan vi opstille nedenstående ligninger, som udtrykker denne balance.

Energibalance ved Jordens overflade[[3]](#footnote-3):

(3)

Energibalance ved toppen af atmosfæren:

(4)

Ved at kombinere ligningerne (3) og (4) kan vi eliminere *I*A (dvs. opstille et udtryk uden *I*A), og vi finder:

Ved at kombinere dette udtryk med Stefan- Boltzmanns lov får vi en ligning, der indeholder Jordens overfladetemperatur *T*J:

Dermed når vi frem til slutresultatet for klimamodellen:

(5)

Vi antager nu, at Jordens albedo er 31 % (*A*=0,31), at 80 % af energien fra Solen når ned til Jordens overflade (*τ*SYN =0,80), og at 10 % af den infrarøde stråling fra Jorden slipper gennem atmosfæren (*τ*IR =0,10). Disse tal indsættes i ligning (5) sammen med værdien for solarkonstanten, dvs. *I*S=1370 W/m2. Resultatet bliver:

*T*J= 287,4 K = 14,3°C

Dermed finder vi en temperatur, som afviger forholdsvis lidt fra den nuværende gennemsnitstemperatur på Jordens overflade, som er 16 °C.

Ved at ændre værdien af de forskellige parametre i ligning (5), kan man få en fornemmelse af betydningen af forskellige ændringer på Jorden og i atmosfæren. Man kan undersøge betydningen af færre skyer eller mindre is ved at reducere værdien for albedoen *A*. Eller man kan studere effekten af en øget mængde CO2 i atmosfæren ved at reducere værdien af *τ*IR.

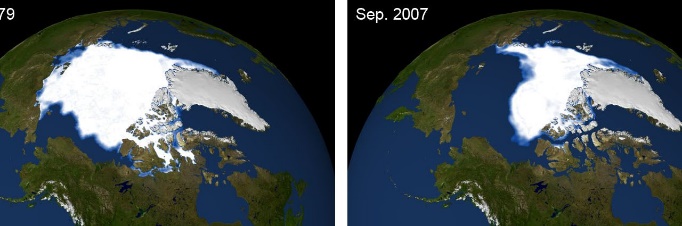
**Avancerede klimamodeller – en kompliceret affære**

Jordens klima og udviklingen af klimaet bestemmes af en lang række faktorer, der indbyrdes påvirker hinanden. Som et simpelt eksempel herpå vil albedoen *A* i ligning (5) blive påvirket af en ændring i transmissionen af infrarød stråling (dvs. en ændring i *τ*IR).

Klimamodellerne tager højde for det, man kalder *feedbackmekanismer*. De har en vigtig rolle i klimasystemet, da de kan forstærke eller dæm-pe ændringer i jordens temperatur. En feedbackmekanisme er en proces, hvor en ændring i et system medfører en kædereaktion, der enten forstærker (positiv feedback) eller modvirker (negativ feedback) den oprindelige ændring. For eksempel kan en stigning i temperaturen føre til ændringer, der yderligere øger temperaturen (positiv feedback) eller hjælper med at reducere den (negativ feedback).

Et eksempel på en *positiv feedbackmekanisme* er følgende proces vedrørende albedoen og mængden af is og sne:

Figur 6 viser, hvordan arealet med havis er reduceret kraftigt ved Arktis i perioden fra 1979 til 2007. Der er i den periode forsvundet havis svarende til omtrent 50 gange Danmarks areal. Havoverfladens albedo er ca. 7 %, mens havis har en albedo omkring 70 %. Så når isen smelter, absorberes der væsentligt mere energi på Jorden.



Figur . Havisens udbredelse ved Arktis i september 1979 (til venstre) og i september 2007 (til højre). Kilde: NASA.

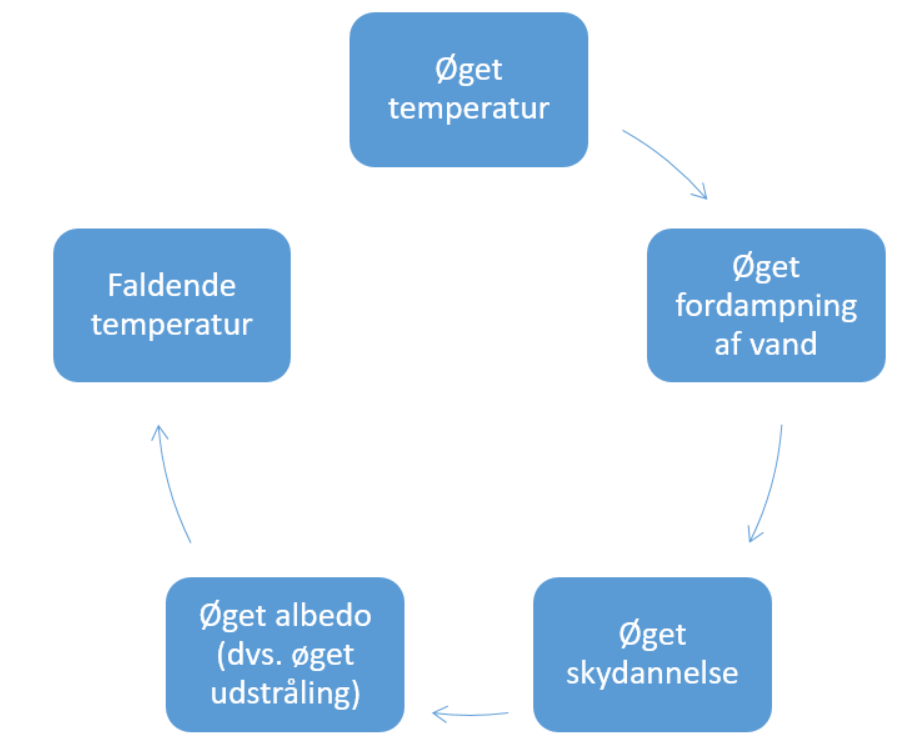
Et andet eksempel på en positiv feedbackmekanisme findes ved at se på opløseligheden af CO2 i havet:

Et tredje eksempel på en positiv feedbackmekanisme findes ved at se på vanddamp i atmosfæren:

Et fjerde eksempel på en positiv feedbackmekanisme findes ved at se på permafrost, som er frosset jord, der indeholder store mængder metan og CO2:

Dette er en kraftig positiv feedbackmekanisme, da metan er en meget effektfuld drivhusgas.

Der findes også negative feedbackmekanismer i klimasystemet. Et eksempel herpå er skydannelse (se figur på næste side). På den ene side har skyer en afkølende effekt, idet albedoen øges pga. refleksionen af solens stråler på oversiden af skyerne. På den anden side har skyer en opvarmende effekt, hvilket opleves om vinteren hvor nætter med skydække er mindre kolde. Men samlet set antages den kølende effekt af skyer at være dominerende.



De meget komplicerede modeller, der bruges af videnskabsfolk til forklaring af og forudsigelser vedrørende klimaet, er principielt opbygget på samme måde som den anden klimamodel, som vi udviklede. Men i stedet for at opfatte atmosfæren som et enkelt lag opdeles atmosfæren i en række lag. Hvert af disse lag opdeles derpå i mindre områder, så man samlet får opdelt atmosfæren i et stort antal kasseformede områder, der er stablet oven på hinanden. Kassernes sidelængde er af størrelsesordenen 50 km, og højden svarer til, at atmosfæren lodret er opdelt i omkring 50 lag. For hver af disse kasser beregner man mængden af indkommende stråling i det synlige eller ultraviolette område, og man beregner, hvor meget af strålingen, der transmitteres og spredes. På tilsvarende vis beregner man for hver boks mængden af ind- og udgående infrarød stråling.

I de sofistikerede klimamodeller, hvor man simulerer udviklingen af op til 100 forskellige variable, tager man højde for en lang række faktorer, som fx:

* Mængden af skyer og is
* Koncentrationen af de væsentligste drivhusgasser
* Varmestrøm mellem atmosfæren og havene
* Vegetationens optagelse af CO2.

Gennem inddragelsen af de mange komponenter, indarbejdes de nævnte feedbackmekanismer.

Man tester klimamodellerne ved at undersøge, om de er i stand til at reproducere udviklingen i klimaet i fortiden. Men på grund af kompleksiteten af det system, man beskriver i en klimamodel for Jorden, vil der alligevel være en usikkerhed i forhold til de forudsigelser, der fremkommer ved brug af modellerne. Denne usikkerhed afspejles bl.a. i, at man med forskellige modeller når frem til forskellige værdier for eksempelvis den fremtidige gennemsnitstemperatur på Jorden. Usikkerhederne fremgår eksempelvis af skraveringen på figur 2.

En klimasimulering startes med en bestemt udgangsposition. Dvs. at man i alle de atmosfæriske kasser sætter startværdier for temperatur, vind, tryk, vanddamp osv. I de oceaniske kasser sættes startværdier for temperatur, saltholdighed, havstrømme osv. Herefter benytter man de fysiske love til at beregne små skridt fremad i tiden. Tidsskridtene i atmosfæren er typisk nogle minutter, mens de er noget længere i oceanet. Man begynder altså med at beregne værdien af alle de variable ét tidsskridt efter udgangspositionen, og derefter fortsætter man med det næste tidsskridt, indtil man har foretaget beregningen i så mange år, som man ønsker.

**Klimamodeller sammenlignet med vejr-prognoser**

En klimasimulering ligner en almindelig beregning af en vejrudsigt, idet de atmosfæriske vejr-prognosemodeller grundlæggende er opbygget på samme måde som klimamodeller. Der er dog én fundamental og vigtig forskel: I en vejrudsigtsmodel er resultatet efter fx tre dages beregning fuldstændig afhængig af den præcise udgangsposition, som man benytter ved starten af simuleringen. Kvaliteten af vejrudsigten afhænger med andre ord af de vejrobservationer, der bestemmer udgangspositionen. Hvis vejrberegningen fortsættes længere frem end cirka 10-20 dage, vil resultatet normalt passe dårligt med det øjeblikkelige vejr, der observeres til den tid. Det skyldes, at atmosfæren har en såkaldt kaotisk opførsel. Systemer, der opfører sig kaotisk er kendetegnet ved, at selv ganske små ændringer i udgangspositionen vil få stor indflydelse på den fremtidige udvikling. Atmosfærens kaotiske opførsel gør altså, at det (formodentligt) aldrig vil være muligt at lave præcise vejrforudsigelser længere frem end nogle uger.

I en klimamodel foretages meget lange simuleringer, men ved klimaberegninger har man *ikke* noget ønske om at beskrive, hvor og hvornår konkrete vejrhændelser vil indtræffe. Det forhindrer den kaotiske opførsel nemlig, at man kan. Formålet er derimod at simulere udviklingen i *klimaet* – dvs. det observerede gennemsnit over lang tid samt typen og størrelsen af variationerne omkring dette gennemsnit. I en klimasimulering er den atmosfæriske udgangsposition ikke særlig vigtig, selv om den i praksis naturligvis ikke må være fuldkommen urealistisk. Det skyldes, at modellen så at sige ’glemmer’ den indtastede udgangsposition, når den har regnet nogle uger frem. Med ’glemmer’ menes, at en klimamodel ikke må være følsom over for små forskelle i udgangspositionen.

**Klimaudvikling over lange tidsperioder**

Når man skal studere udviklingen af klimaet over meget lange tidsperioder – fx hundredtusinde, millioner eller milliarder af år – er der en række væsentlige fænomener, som skal tages i betragtning. Det gælder fx:

- Albedoen varierer med tiden, bl.a. fordi sne- og isdækket er forskellig (albedoen for sne er op til 90 %, mens den for is er 30-50 %). Desuden har kontinenterne bevæget sig rundt på Jordens overflade, hvilket har betydning, idet albedoen for havoverflade er ca. 7 %, mens den er 15-30 % for land. Dermed er det afgørende, hvor stor en del af kontinenterne, der befinder sig omkring ækvator, hvor indstrålingen er stor.

- Kontinentaldriften ændrer havstrømmene og Jordens udformning (fx dannelse af bjergkæder, der ændrer vindmønstrene).

- Solindstrålingen varierer som følge af ændring i Solens udstråling, Jordbanens form samt Jordaksens hældning og retning.

- Biosfæren, altså systemet af levende organismer, varierer.

Opgaver

**Opgave 1: Snedække om foråret på den nordlige halvkugle**

Den globale opvarmning har betydning for mængden af sne og is på jordoverfladen. Tabel 1.1 viser udviklingen de seneste 100 år i arealet af det område på den nordlige halvkugle, der i april er dækket af sne[[4]](#footnote-4).

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Årstal | 1920 | 1928 | 1935 | 1943 | 1960 | 1978 | 1992 | 2007 | 2017 |
| Snedække (mio. km2) | 30,5 | 30,2 | 30,0 | 29,7 | 29,0 | 28,5 | 28,0 | 27,6 | 27,5 |

**Tabel 1.1**

Udviklingen i snedækket kan med god tilnærmelse beskrives ved en lineær model

hvor *f(x)* er snedækket i mio. km2, og *x* er antal år efter 1920.

1. Færdiggør nedenstående tabel 1.2, hvor årstallene i tabel 1.1 omregnes til *x*-værdier.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *x* | 0 | 8 |  |  |  |  |  |  |  |
| *f(x)* | 30,5 | 30,2 | 30,0 | 29,7 | 29,0 | 28,5 | 28,0 | 27,6 | 27,5 |

**Tabel 1.2**

1. Benyt regression på data i tabel 1.2 til at bestemme konstanterne *a* og *b.*
2. Forklar, hvad værdien af tallet *a* fortæller om udviklingen. Husk enheder.
3. Beregn , og forklar, hvad dette tal fortæller.
4. Hvor stort et snedække kan man ifølge modellen forvente i 2050?
5. Hvornår vil snedækket ifølge modellen blive mindre end 25 mio. km2?
6. Løs ligningen , og forklar, hvad resultatet fortæller.

**Opgave 2: Ismasse i Grønland**

Den globale opvarmning har betydning for mængden af is i Grønland. Tabel 2.1 angiver ændringen i massen af is i Grønland sammenlignet med året 1992[[5]](#footnote-5). Det betyder, at hvis tallet for et år er negativt, er massen af is mindre end i 1992.

Billede med is og sne fra Grønland

Enheden Gton betyder gigaton;

1 Gton =109 ton = 1 milliard ton.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Årstal | 1992 | 1994 | 1997 | 2000 | 2005 | 2010 | 2014 | 2017 | 2021 |
| Ændring i ismasse sammenlignet med 1992 (Gton) | 0 | 69 | 260 | 550 | 1100 | 2050 | 2900 | 3600 | 4750 |

**Tabel 2.1**

1. Hvad betyder det, når der i tabel 2.1 står ’1100’ ved året 2005?
2. Hvor meget is forsvandt der i Grønland i gennemsnit i løbet af ét sekund i perioden 2017-2021?

(Angiv resultatet i ton)

Udviklingen i snedækket kan med god tilnærmelse beskrives ved et andengradspolynomium

hvor *f(x)* er ændring i ismassen sammenlignet med 1992 angivet i Gton, og *x* er antal år efter 1992.

1. Færdiggør nedenstående tabel 2.2, hvor årstallene i tabel 2.1 omregnes til *x*-værdier.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *x* | 0 | 2 |  |  |  |  |  |  |  |
| *f(x)* | 0 | 69 | 260 | 550 | 1100 | 2050 | 2900 | 3600 | 4750 |

**Tabel 2.2**

1. Benyt regression på data i tabel 2.2 til at bestemme konstanterne *a, b* og *c.*
2. Beregn , og forklar, hvad dette tal fortæller. Husk enhed.
3. Beregn , sammenlign med fra forrige spørgsmål, og forklar, hvordan smeltningen af is i Grønland udvikler sig.
4. Hvornår kan man ifølge modellen forvente, at der er 6000 Gton mindre is i Grønland end i 1992?

Antag, at al den is, der er forsvundet i Grønland fra 1992 til i dag, har bidraget til en stigning i niveauet for verdenshavene. Verdenshavenes areal er 360 mio. km2, og 1 ton vand fylder 1 m3.

1. Hvor meget er verdenshavene steget pga. smeltevand fra Grønland?
2. Hvorfor er antagelsen om, at al den smeltede is fra Grønland bidrager til en stigning i verdenshavene, ikke helt rimelig?

**Opgave 3: Ændringer i ismasse i Grønland og på Antarktis**

Den globale opvarmning har betydning for mængden af is i Grønland og på Antarktis. Ændringen i mængden af is sammenlignet med året 1992 kan for både Grønland og Antarktis beskrives ved et andengradspolynomium.

For Grønland beskrives ændringen i ismassen ved funktionen *f* og for Antarktis ved funktionen *g*:

hvor og er ændringen i ismassen sammenlignet med 1992 angivet i Gton (gigaton), og *x* er antal år efter 1992.

1. Tegn graferne for de to funktioner *f* og *g* i det samme koordinatsystem, idet grafvinduet skal være [ 0 ; 30 ] x [ -6000 ; 0 ].
2. Hvornår kan man ifølge modellen forvente, at der er 4000 Gton mindre is på Antarktis end i 1992?
3. Beregn , og forklar, hvad dette tal fortæller. Husk enhed.
4. Beregn , og sammenlign med resultatet fra b): Hvad fortæller de to tal i sammenligning med hinanden?
5. Hvornår var der siden 1992 forsvundet 1000 Gton mere is i Grønland end på Antarktis?
6. Hvornår aftager ismassen på Antarktis med 373,2 Gton/år?

**Opgave 4: Sod og afsmeltning af indlandsis**

Fotografi af snavset is/sne

Fotografi af helt hvidt sne/is på Grønland

Kulkraftværker, brændeovne, skovbrande, dieselbiler mv. frigør sodpartikler til atmosfæren. Nogle af disse sodpartikler ender på indlandsisen i Grønland, og det øger afsmeltningen af is.

1. Hvorfor smelter isen på billedet til højre ovenfor hurtigere end isen på billedet til venstre?

**Opgave 5: CO2-indhold i atmosfæren**

De menneskeskabte klimaforandringer skyldes primært udledning af carbondioxid, CO2, til atmosfæren. Koncentrationen af CO2 i atmosfæren er blevet målt systematisk gennem de sidste 65 år. Koncentrationen angives i enheden ppm, parts per million. Det betyder, at hvis koncentrationen af CO2 er 400 ppm, vil en luftmængde med 1 mio. partikler indeholde 400 CO2-molekyler.

Data i tabel 5.1 viser et uddrag af den målte CO2-koncentration i atmosfæren siden 1960.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Årstal | 1960 | 1965 | 1975 | 1985 | 1995 | 2005 | 2015 | 2020 |
| CO2-koncentration (ppm) | 317 | 319 | 330 | 345 | 360 | 378 | 399 | 414 |

**Tabel 5.1**

Udviklingen i CO2-koncentration kan med god tilnærmelse beskrives ved et andengradspolynomium

hvor er CO2-koncentration angivet i ppm, og *x* er antal år efter 1960.

1. Færdiggør nedenstående tabel 5.2, hvor årstallene i tabel 5.1 omregnes til *x*-værdier.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *x* | 0 | 5 |  |  |  |  |  |  |
| *f(x)* | 317 | 319 | 330 | 345 | 360 | 378 | 399 | 414 |

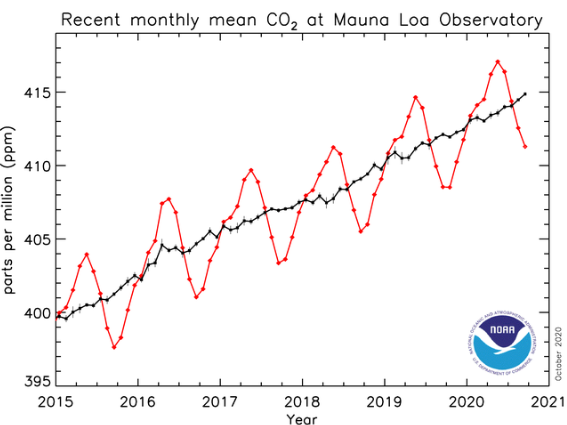
**Tabel 5.2**

1. Benyt regression på data i tabel 5.2 til at bestemme konstanterne *a, b* og *c.*
2. Bestem CO2-koncentrationen i 2011 vha. forskriften for *f*.
3. Løs ligningen , og forklar, hvad tallet fortæller.

Funktionen *f* beskriver den overordnede udvikling i CO2-koncentrationen i perioden 1960-2020. Det svarer til den sorte kurve på figur 5.1, der er såkaldt sæsonkorrigerede værdier. Den faktiske CO2-koncentration følger den røde kurve. Dvs. CO2-koncentrationen følger overordnet den sorte kurve, men værdien svinger over og under med ca. 4 ppm.

1. Hvilket system er der i den røde kurves svingninger omkring den sorte kurve?

Hvad kan forklare den observerede svingningscyklus?



**Figur 5.1**. Variation af CO2-koncentration i atmosfæren. Den sorte kurve viser den overordnede udvikling, mens den røde kurve viser udviklingen i den faktiske CO2-koncentration.

**Opgave 6: Det globale havniveau**

Fotografi af vandbølger, der slår ind mod et hus i forbindelse med en oversvømmelse.

Det globale havniveau er steget gennem de seneste 175 år. Stigningen skyldes for det første, at temperaturstigningen pga. klimaforandringen resulterer i afsmeltning fra isformationer på land, fx Grønlands indlandsis og gletsjere. For det andet stiger havniveauet, fordi vandet udvider sig, når temperaturen i verdenshavene stiger.

Tabel 6.1 viser, hvordan det globale havniveau udviklede sig i perioden 1850-2000 sammenlignet med havniveauet i år 1850.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Årstal | 1850 | 1870 | 1900 | 1930 | 1960 | 2000 |
| Globale havniveau (mm) | 0 | 33 | 83 | 124 | 170 | 240 |

**Tabel 6.1**

Udviklingen i det globale havniveau kan med god tilnærmelse beskrives ved en lineær model

hvor *f(x)* er det globale havniveau (i mm) sammenlignet med niveauet i 1850, og *x* er antal år efter 1850.

1. Færdiggør nedenstående tabel 6.2, hvor årstallene i tabel 6.1 omregnes til *x*-værdier.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *x* | 0 | 20 |  |  |  |  |
| *f(x)* | 0 | 33 | 83 | 124 | 170 | 240 |

**Tabel 6.2**

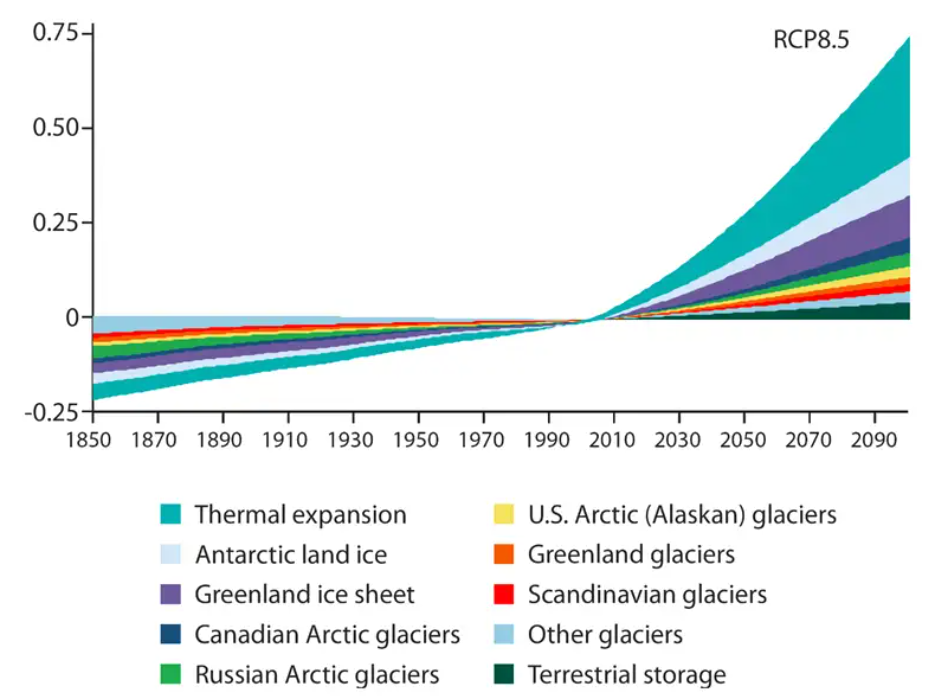
1. Benyt regression på data i tabel 6.2 til at bestemme konstanterne *a* og *b.*
2. Forklar, hvad værdien af tallet *a* fortæller om udviklingen. Husk enheder.
3. Hvor meget steg det globale havniveau fra 1850 til 1945?
4. Løs ligningen 200, og forklar, hvad resultatet fortæller.

**Opgave 7: Årsager til havniveaustigning**

Det globale havniveau er steget gennem de seneste 175 år. Stigningen skyldes for det første, at temperaturstigningen pga. klimaforandringen resulterer i afsmeltning fra isformationer på land, fx Grønlands indlandsis og gletsjere. For det andet stiger havniveauet, fordi vandet udvider sig, når temperaturen i verdenshavene stiger.

Klimaforskere arbejder med forskellige scenarier for udviklingen af fremtidens klima. Scenariet ’RCP8.5’ svarer til at fortsætte som hidtil, så CO2-udledningen fortsat stiger frem mod år 2100. Scenariet RCP8.5 er således en beskrivelse af den værst tænkelige udvikling.

GEUS[[6]](#footnote-6) (Geologiske Undersøgelser for Danmark og Grønland) har lavet figur 7.1, der præsenterer forskellige kilder til stigningen i det globale havniveau, både historisk tilbage til 1850 og frem til år 2100 i scenariet RCP8.5.



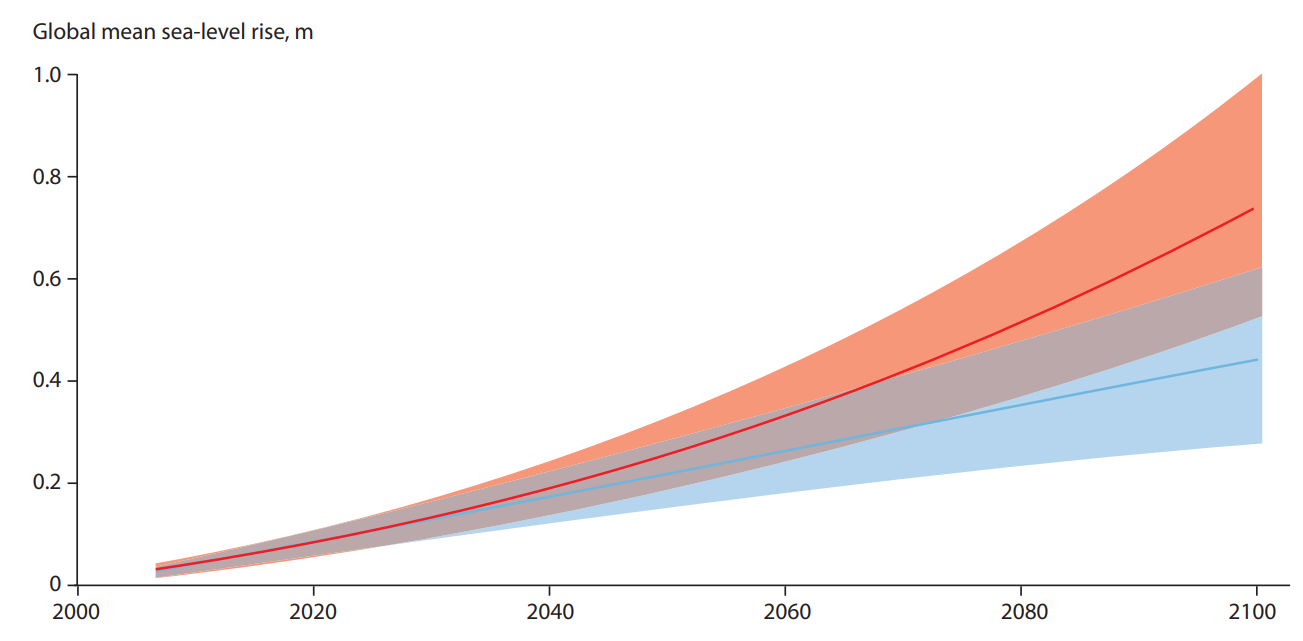
**Figur 7.1**. Det globale havniveau sammenlignet med året 2000. Havniveauet er angivet i enheden meter.

1. Hvor meget stiger havniveauet i RCP8.5-scenariet fra 1850 til 2100?
2. Beskriv vha. figuren, hvad der er de vigtigste kilder til stigningen i det globale havniveau.
3. Vurdér vha. figuren, hvor stor en procentdel af havniveaustigningen fra 2000 til 2100, der vil skyldes vandets termiske udvidelse.

**Opgave 8: Model for udvikling af havniveau**

Klimaforskere arbejder med forskellige scenarier for udviklingen af fremtidens klima. Scenariet ’RCP8.5’ svarer til at fortsætte som hidtil, så CO2-udledningen fortsat stiger frem mod år 2100. Scenariet RCP8.5 er således en beskrivelse af den værst tænkelige udvikling. I modsætning hertil beskriver scenariet ’RCP2.6’ en fremtid, hvor det lykkes at reducere CO2-udledningerne betragteligt.

Figur 8.1 viser udviklingen i det globale havniveau sammenlignet med året 2000 i de to scenarier RCP8.5 og RCP2.6. Den røde kurve svarer til RCP8.5, og den blå kurve svarer til RCP2.6. De farvede bånd omkring kurverne illustrerer usikkerhederne i de to fremskrivningsmodeller[[7]](#footnote-7).



**Figur 8.1.** Udvikling i det globale havniveau i scenarierne RCP2.6 (blå kurve) og RCP8.5 (rød kurve).

1. Hvor meget er havniveauet steget i 2080 i scenariet RCP2.6? Hvor stor er usikkerheden på forudsigelsen?
2. Udfyld nedenstående tabel ved at aflæse på den røde kurve (RCP8.5), idet vi lader *x*=0 svare til året 2020.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *x* | -10 | 0 | 20 | 40 | 60 | 80 |
| *y* |  |  |  |  |  |  |

1. Opstil vha. regression på tallene i tabellen en matematisk model i form af en forskrift , der beskriver udviklingen i scenariet RCP8.5.
2. Benyt forskriften til at forudsige stigningen i det globale havniveau i året 2140.
3. Bestem , og forklar, hvad tallet fortæller om udviklingen.
4. Udfyld nedenstående tabel ved at aflæse på den blå kurve (RCP2.6), idet vi lader *x*=0 svare til året 2020.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *x* | -10 | 0 | 20 | 40 | 60 | 80 |
| *y* |  |  |  |  |  |  |

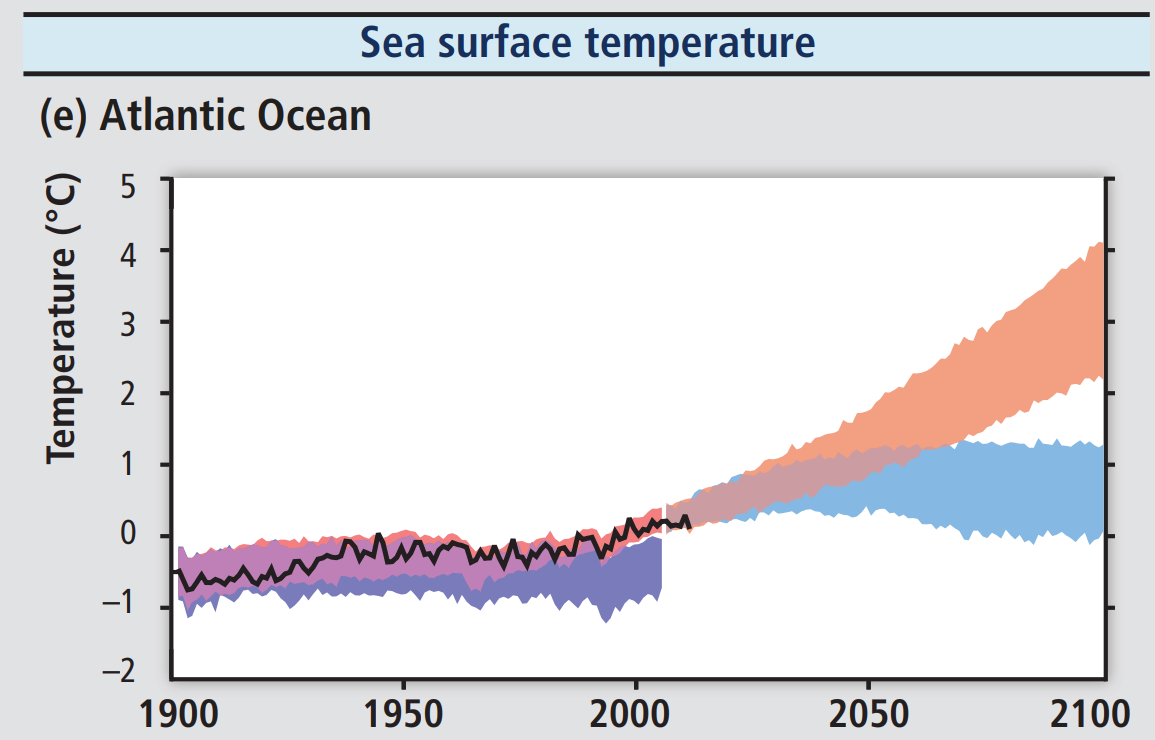
1. Opstil vha. regression på tallene i tabellen en matematisk model i form af en forskrift , der beskriver udviklingen i scenariet RCP2.6.
2. Benyt forskriften til at forudsige, hvornår stigningen i det globale havniveau ifølge RCP2.6 vil være 50 cm.
3. Løs ligningen , og forklar hvad løsningen fortæller.

**Opgave 9: Udvikling i globale havtemperatur**

Verdenshavene spiller en central rolle i klimasystemet, og havene har optaget 93 % af den ekstra energi på Jorden, der skyldes den øgede drivhuseffekt. Som følge heraf er temperaturen af overfladen i havvandet (dvs. ca. de øverste 20 meter) i Atlanterhavet steget med 0,41℃ og i Stillehavet steget med 0,31℃ i perioden fra 1950 til 2009[[8]](#footnote-8).

Klimaforskere arbejder med forskellige scenarier for udviklingen af fremtidens klima. Scenariet ’RCP8.5’ svarer til at fortsætte som hidtil, så CO2-udledningen fortsat stiger frem mod år 2100. Scenariet RCP8.5 er således en beskrivelse af den værst tænkelige udvikling, og CO2-koncentrationen vil i 2100 være over 1370 ppm. I scenariet ’RCP4.5’ antages det, at det lykkes at dæmpe CO2-udledningen, så CO2-koncentrationen i 2100 er stabiliseret omkring 650 ppm. Figur 9.1 viser den beregnede fremtidige udvikling af temperaturen af overfladevandet i Atlanterhavet i de to scenarier RCP8.5 (rød) og RCP4.5 (blå).

En modelfremskrivning rummer en vis usikkerhed. Derfor er de to fremskrivninger markeret som røde og blå skraverede områder, der for hvert år viser det område, som havtemperaturen med 90 % sikkerhed vil være inden for.



**Figur 9.1.** Temperaturudvikling for overfladevandet i Atlanterhavet sammenlignet med temperaturen i året 2000. Den sorte kurve svarer til den observerede temperatur i perioden 1900-2010. Den røde skravering svarer til fremskrivning i scenariet RCP8.5. Den blå skravering er en fremskrivning i scenariet RCP4.5.

1. Hvor meget er temperaturen i Atlanterhavet steget i 2050 i forhold til 2000 i scenariet RCP8.5?

Angiv svaret som et interval svarende til hhv. den laveste og højeste temperaturstigning, der forudsiges af modellen.

1. I hvilket år svarer den højeste temperaturstigning forudsagt i scenariet RCP4.5 til den laveste temperaturstigning forudsagt i scenariet RCP8.5?

Hvis man aflæser midt i det røde område, får man den typiske temperaturudvikling i scenariet RCP8.5. Dermed får man værdierne i nedenstående tabel, idet *x* angiver antal år efter 2000, og *y* angiver temperaturstigningen i forhold til året 2000.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *x* | 0 | 25 | 40 | 50 | 60 | 70 | 80 | 90 | 100 |
| *y* | 0 | 0,61 | 0,97 | 1,24 | 1,61 | 2,00 | 2,37 | 2,69 | 3,09 |

1. Opstil vha. regression på tallene i tabellen en matematisk model i form af en forskrift , der beskriver udviklingen i scenariet RCP8.5, idet det antages, at udviklingen beskrives vha. et andengradspolynomium.
2. Benyt forskriften til at forudsige temperaturen af Atlanterhavet i år 2120.
3. Bestem , og forklar, hvad tallet fortæller om udviklingen.
4. Hvornår har væksthastigheden for temperaturen ifølge modellen svarende til forskriften *f* værdien 0,024 ℃/år?

Hvis man aflæser midt i det blå område, får man den typiske temperaturudvikling i scenariet RCP4.5. Vha. regression kan man opstille en matematisk model i form af en forskrift , der beskriver udviklingen i scenariet RCP4.5. Her angiver temperaturstigningen i forhold til året 2000, og *x* er antal år efter 2000:

Modellen gælder for .

1. Tegn graferne for funktionerne *f* og *g* i grafvinduet [ 0 ; 100 ] x [ 0 ; 4 ].
2. Anvend til at bestemme, hvornår temperaturen er højest i scenariet RCP4.5.

Hvad bliver den højeste temperatur i scenariet RCP4.5 i forhold til temperaturen i år 2000?

1. Hvornår er havtemperaturen i scenariet RCP4.5 0,60℃ højere end i 2000?
2. Benyt funktionsforskrifterne for *f* og *g* til at bestemme, hvornår temperaturen i scenariet RCP8.5 er 2,0℃ højere end i scenariet RCP4.5.

**Opgave 10: Termisk ekspansion af vand**

Figur 7.1 viser, at en væsentlig del af stigningen i niveauet for verdenshavene skyldes, at vand med en temperatur over 4℃ udvider sig, når temperaturen stiger.

For vand med temperaturen 10℃ er udvidelseskoefficienten 88 . Det betyder, at en vandsøjle med højden 1 meter bliver 88 µm (mikrometer) højere, når temperaturen stiger med 1℃.

1. Hvor meget stiger havniveauet, hvis temperaturen øges med 1,5℃.

Antag, at temperaturstigningen kun sker for de øverste 700 meter vand, og at havtemperaturen som udgangspunkt er 10℃.

**Opgave 11: Antal elbiler i Danmark**

Figur, der viser en elbil under opladning

I bestræbelsen på at modvirke klimaforandringer udbredes elbiler.

1. Forklar, hvordan man ved at købe en elbil kan medvirke til at reducere den menneskeskabte temperaturstigning på Jorden.

Antallet af elbiler i Danmark udviklede sig i perioden 2019-2023 som angivet i tabel 11.1.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Årstal | 2019 | 2020 | 2021 | 2022 | 2023 |
| Antal elbiler | 13000 | 20000 | 42000 | 90000 | 160000 |

**Tabel 11.1**

Udviklingen i antallet af elbiler fra 2019 kan de første år beskrives ved en eksponentiel model

hvor er antal elbiler, og *x* er antal år efter 2019.

1. Færdiggør nedenstående tabel 11.2, hvor årstallene i tabel 11.1 omregnes til *x*-værdier.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *x* | 0 | 1 |  |  |  |
|  | 13000 | 20000 | 42000 | 90000 | 160000 |

**Tabel 11.2**

1. Benyt regression på data i tabel 11.2 til at bestemme konstanterne *a* og *b* i forskriften for *f.*
2. Forklar, hvad værdien af tallene *a* og *b* fortæller om udviklingen.
3. Hvor mange elbiler vil der være i Danmark i 2026, hvis udviklingen kan beskrives ved funktionen *f* ?
4. Diskutér modellens begrænsninger.

**Opgave 12: Udfasning af personbiler i Danmark**

Billede, der viser et elladestik og en pistol fra en benzintank, der bliver holdt op mod hinanden.

I 2024 kørte der 2,8 mio. personbiler på de danske veje, hvoraf elbiler udgjorde 8 %.

1. Hvor mange personbiler kørte i Danmark på el i 2024?

Danmarks Statistik har lavet en prognose for, hvorledes personbilparken fra 2024 vil blive udfaset, idet danskerne anskaffer sig nye biler. En stor andel af de nye biler forventes at blive elbiler.

I perioden 2024-2038 forventer Danmarks Statistik denne udvikling i bilbestanden fra 2024:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Årstal | 2024 | 2027 | 2032 | 2035 | 2038 |
| Antal personbiler fra 2024 (tusinde) | 2800 | 2440 | 1750 | 1310 | 900 |

**Tabel 12.1**

Udviklingen i perioden 2024-2038 kan med god tilnærmelse beskrives ved en lineær model

hvor er antal personbiler fra 2024 (i tusinde), og *x* er antal år efter 2024.

1. Færdiggør nedenstående tabel 12.2, hvor årstallene i tabel 12.1 omregnes til *x*-værdier.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *x* | 0 | 3 |  |  |  |
| *f(x)* | 2800 | 2440 | 1750 | 1310 | 900 |

**Tabel 12.2**

1. Benyt regression på data i tabel 12.2 til at bestemme konstanterne *a* og *b.*
2. Forklar, hvad værdien af tallene *a* og *b* fortæller om udviklingen.
3. Angiv vha. forskriften *f,* hvor mange personbiler fra 2024 der vil være på vejene i 2030.

Hvor stor en procentdel af bilerne fra 2024 er udfaset i 2030?

1. Hvornår vil alle personbiler fra 2024 være udfaset, hvis modellen *f* kan bruges efter 2038?
2. Hvorfor er det rimeligt at antage, at funktionen *f* ikke kan bruges til at beskrive udfasningen af biler fra 2024 så mange år ud i fremtiden, at alle biler fra 2024 er udfaset?

I perioden efter 2038 forventer Danmarks Statistik denne udvikling i bilbestanden fra 2024, der svarer til en eksponentiel sammenhæng:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Årstal | 2038 | 2039 | 2042 | 2046 | 2048 |
| Antal personbiler fra 2024 (tusinde) | 900 | 795 | 515 | 295 | 250 |

**Tabel 12.3**

Udviklingen i de første år efter 2038 kan, hvis Danmarks Statistiks forudsigelser er korrekte, med god tilnærmelse beskrives ved en eksponentiel model

hvor er antal personbiler fra 2024 (i tusinde), og *x* er antal år efter 2038.

1. Færdiggør nedenstående tabel 12.4, hvor årstallene i tabel 12.3 omregnes til *x*-værdier.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *x* | 0 | 1 |  |  |  |
|  | 900 | 795 | 515 | 295 | 250 |

**Tabel 12.4**

1. Benyt regression på data i tabel 12.4 til at bestemme konstanterne *a* og *b* i forskriften for *g.*
2. Forklar, hvad værdien af tallene *a* og *b* fortæller om udviklingen.
3. Tegn grafen for funktionen *g* i koordinatsystem med grafvinduet [ 0 ; 15 ] x [ 0 ; 1000 ].
4. Beregn , og forklar, hvad dette tal fortæller.
5. Beregn og .

Forklar, hvad hver af de to tal fortæller om udviklingen.

Forklar sammenhængen mellem de to tal og grafen for *g.*

1. Hvornår vil der ifølge modellen *g* være mindre end 150 tusinde biler fra 2024 på vejene?
2. Hvornår vil der ifølge modellen *g* være 0 biler fra 2024 på vejene?

**Opgave 13: Forsuring af verdenshavene**

Billede, der viser havets tilstand ved forskellige grader af surhed (- nemlig pH-værdierne 7,9 og 8,0 og 8,1) – samt illustration af de kemiske processer mellem CO2 og vand.

CO2-koncentrationen i atmosfæren stiger som følge af afbrænding af fossile brændstoffer mv. Når luften indeholder mere CO2, optages der mere CO2 i havet. Verdenshavene har optaget omkring 30 % af den menneskeskabte CO2. Dette fører til en forsuring af havet, altså pH-værdien bliver mindre, hvilket påvirker dyre- og plantelivet[[9]](#footnote-9).

1. Angiv den kemiske reaktion, der sker mellem CO2 og vand, og som forklarer forsuringen af havet.
2. Find definitionen af pH, og forklar ud fra denne, at pH-værdien aftager, når koncentrationen af vokser. Se evt. grafen for log-funktionen i formelsamlingen.

Udviklingen i havets pH-værdi afhænger af, hvor meget CO2 mennesker udleder. FN’s klimapanel, IPCC, har lavet forudsigelser i form af flere forskellige scenarier[[10]](#footnote-10). I scenariet SSP1-1.9 er CO2-udledningen lav (temperaturstigning i år 2100 under 1,5), og i scenariet SSP5-8.5 er CO2-udledningen høj (temperaturstigning i år 2100 omkring 4,5).

I perioden 1950-2100 kan udviklingen i pH i SSP1-1.9-scenariet (lav CO2-udledning) ifølge IPCC beskrives ved funktionen *f*:

hvor er pH-værdien *x* år efter 1950.

I perioden 1950-2100 kan udviklingen i pH i SSP5-8.5-scenariet (høj CO2-udledning) ifølge IPCC beskrives ved funktionen *g*:

hvor er pH-værdien *x* år efter 1950.

1. Tegn graferne for de to funktioner *f* og *g* i samme koordinatsystem, idet grafvinduet er

[ 0 ; 150 ] x [ 7,6 ; 8,2 ].

1. Beskriv, hvordan pH-værdien udvikler sig fra 1950 til 2100 i de to scenarier

SSP1-1.9 og SSP5-8.5.

1. Bestem , og brug den til at bestemme, hvornår pH-værdien er lavest i scenariet SSP1-1.9.
2. Hvornår vil pH-værdien være 0,2 lavere i scenariet SSP5-8.5 end i scenariet SSP1-1.9?
3. Bestem , og forklar, hvad tallet fortæller om udviklingen.
4. Tegn grafen med forskriften i et koordinatsystem med grafvinduet

[ 0 ; 100 ] x [ - 0,003 ; 0,003 ].

Brug grafen for til at afgøre, hvornår i tidsrummet 1950-2050 pH-værdien aftager hurtigst i scenariet SSP1-1.9.

1. Angiv nogle af konsekvenserne af havets forsuring for dyre- og plantelivet.

**Opgave 14: Vegetarer i den danske befolkning**

CO2-udledningen, der er forbundet med forskellige fødevarer, er meget forskellig. Der udledes typisk mest CO2 i forbindelse med produktion af kød og mælkeprodukter, mens der for frugt og grøntsager udledes mindst.

Fotografi af kartofler

Fotografi af en bøf

**OKSEKØD: 1,39 kg CO2 pr. kg**

**KARTOFLER: 0,02 kg CO2 pr. kg**

Mange har for at reducere klimabelastningen reduceret i mængden af kød, som de spiser og omkring 3 % af den danske befolkning lever helt vegetarisk.

Silkeborg har 52.000 indbyggere, og vi antager, at andelen af vegetarer i Silkeborg svarer til andelen i den danske befolkning.

Den stokastiske variabel *X* betegner antallet af Silkeborgensere, der er vegetarer, og *X* er binomialfordelt.

1. Angiv antalsparameteren *n* og sandsynlighedsparameteren *p* for den stokastiske variabel *X.*
2. Hvad er det mest sandsynlige antal Silkeborgensere, der er vegetarer?
3. Hvad er sandsynligheden for, at der højst 1500 Silkeborgensere, der er vegetarer?
4. Hvad er sandsynligheden for, at der er mindst 1600 Silkeborgensere, der er vegetarer?

**Opgave 15: Vegetarer på Silkeborg Gymnasium**

Fotografi af en række forskellige grøntsager

CO2-udledningen der er forbundet med forskellige fødevarer er meget forskellig. Der udledes typisk mest CO2 i forbindelse med produktion af kød og mælkeprodukter, mens der for frugt og grøntsager udledes mindst.

Unge mennesker har i særlig grad ønsket at reducere klimabelastningen forbundet med kosten. Omkring 7 % af de unge (18-34 år) i Danmark er vegetarer.

Der er 1500 elever på Silkeborg Gymnasium, og vi antager, at andelen af vegetarer blandt eleverne på Silkeborg Gymnasium svarer til andelen blandt unge i den danske befolkning.

Den stokastiske variabel *X* betegner antallet af elever på Silkeborg Gymnasium, der er vegetarer, og *X* er binomialfordelt.

1. Angiv antalsparameteren *n* og sandsynlighedsparameteren *p* for den stokastiske variabel *X.*
2. Hvad er det mest sandsynlige antal elever på Silkeborg Gymnasium, der er vegetarer?
3. Bestem , og forklar betydningen af tallet.
4. Hvad er sandsynligheden for, at der er mindst 125 vegetarer blandt eleverne på Silkeborg Gymnasium?

**Opgave 16: Vegetarer blandt 3.g-elever på Silkeborg Gymnasium**

På en tilfældig måde udvælges 150 3.g-elever på Silkeborg Gymnasium, og de bliver spurgt, om de er vegetarer eller ej. Blandt de 150 elever svarer 12, at de er vegetarer.

1. Bestem et 95 % konfidensinterval for andelen af 3.g-elever på Silkeborg Gymnasium, der er vegetarer.
2. Forklar, hvad resultatet fra spørgsmål a) fortæller.

**Opgave 17: Varmestråling fra mennesker**

Alm. fotografi OG IR-billede af en mand, der står med armen løftet, idet armen er inde i en sort affaldssæk (dvs. armen kan ikke ses på det almindelige fotografi).

Et menneske har en typisk overfladetemperatur på 34°C.

1. Forklar, hvordan billedet til højre er skabt, idet det oplyses, at billederne er taget med samme motiv.
2. Vurdér overfladearealet af et menneske og beregn vha. Stefan-Boltzmanns lov den intensitet og effekt, hvormed et menneske udsender stråling.
3. Omgivelsernes temperatur antages at være 21°C, hvilket betyder, at mennesket også modtager varmestråling.

Beregn nettotabet mht. varmestråling.

1. Overvej betydningen af, at mennesker oftest er iklædt tøj.

**Opgave 18: Udledning af formel for temperaturen på Jorden**

Vis, at man ved at kombinere ligningerne (3) og (4) på side 6 kan nå frem til formlen (5) for Jordens temperatur.

**Opgave 19: Solens massetab som følge af udstråling**

Solarkonstanten er 1370 W/m2, og den angiver intensiteten af strålingen fra Solen ved toppen af Jordens atmosfære.

1. Det tager 8,17 minutter for lyset at nå fra Solen til Jorden.

Beregn afstanden fra Solen til Jorden?

Strålingen fra Solen bevæger sig væk fra Solen i alle retninger, som om det blev udsendt fra Solens centrum.

1. Find Solens radius og beregn vha. afstandskvadratloven intensiteten af Solens stråling ved overfladen af Solen.
2. Beregn vha. Stefan-Boltzmanns lov (se side 3) og resultatet fra b) en værdi for overfladetemperaturen på Solen. Sammenlign med tabelværdien.
3. Beregn, hvor meget strålingsenergi, der passerer 1 m2 af Solens overflade i løbet af 1 år og sammenlign med den årlige energiomsætning i Danmark.

Ifølge relativitetsteorien er masse og energi ækvivalente (*E=m∙c2*).

Det betyder, at 1 kg svarer til .

1. Beregn, hvor meget massen af Solen reduceres på ét sekund som følge af udstrålingen.

**Opgave 20: Variation af solarkonstanten**

Solsystemet blev dannet for 4,6 milliarder år siden. Solen begyndte at udsende stråling, og strålingsintensiteten *I*S har gennem de seneste 4,0 milliarder år steget fra 70 % af den nuværende værdi til den nuværende værdi på 1370 W/m2.

1. Brug følgende værdier for de variable i ligning (5):

A = 0,30, τIR=10 % og *τSYN*=80 %

Undersøg, hvordan Jordens temperatur vil variere som følge af ovennævnte variation af *I*S*.*

Strålingsintensiteten fra Solen vil fortsætte med at vokse i yderligere 6 milliarder år, hvor *I*S ventes at have en værdi på 3000 W/m2. Det er et problem for de højere livsformer, der ikke kan trives ved temperaturer over 30°C.

Antag nu, at *I*S vokser lineært fra nu af og 6 milliarder år frem.

1. Brug samme værdier for de variable som i a) og beregn, hvornår Jordens temperatur ifølge ligning (5) bliver 30°C.
2. Overvej med udgangspunkt i teksten på side 6-8, om det er rimeligt at have faste værdier for parametrene A, τIR og *τ*SYN.

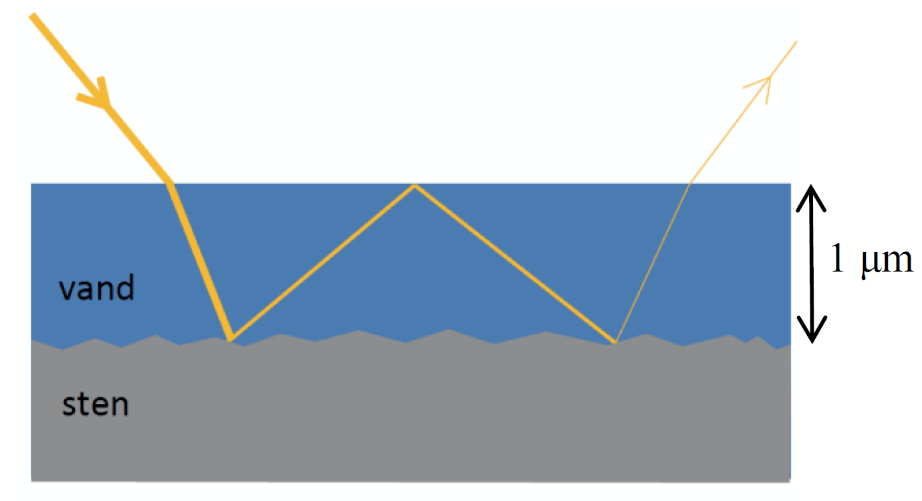
**Opgave 21: Våde overfladers albedo**

Hvis et materiale er vådt, vil det påvirke materialets

albedo. Dette fremgår af billedet, hvor farveforskellen

skyldes, at stenene til højre er våde.

Figuren herunder viser et eksempel på strålegangen for en lysstråle, der rammer en våd sten med en ujævn overflade.



1. Forklar ud fra figuren, hvorfor de våde sten ser mørkere ud.

På den nederste del af gletsjeren på billedet smelter sneen på overfladen om sommeren. Fra 2009 til 2014 er lufttemperaturen om sommeren steget. Det har medført, at sneen smelter på en større del af gletsjerensoverflade.

Gletsjeren er 700 m bred, og afsmeltningszonens længde er fra 2009 til 2014 øget med 200 m, så

et større område nu er dækket af våd sne om sommeren.

Tør sne har albedoen 0,75, mens våd sne har albedoen 0,45. Derfor absorberer gletsjeren mere energi, når sneen smelter. Afsmeltningszonen modtager i løbet af en sommer form af strålingsenergi pr.

areal.

1. Hvor meget mere energi absorberes på en sommer i det nye afsmeltningsområde som følge af den

lavere albedo?

Vurdér massen af den forøgede afsmeltning som følge af lavere albedo.

Appendiks A

Som anført i fodnote 3 på side 6 er figur 5 samt ligningerne (3) og (4) baseret på en tilnærmelse mht. behandlingen af albedoen. Der vil herunder blive argumenteret for, at ’fejlen’ derved er acceptabel – ikke mindst i lyset af, at det generelt er en meget simpel klimamodel.

Albedoen *A* består, som angivet i teksten på side 4, af to elementer – nemlig albedoen fra skyer (*A*S) og albedoen ved Jordens overflade (*A*J). Dvs. albedoen kan udtrykkes som: *A* = *A*S + *A*J

På figur 5 er den indkommende stråling fra Solen ved Jordens overflade angivet ved udtrykket . Men i virkeligheden er det kun den del af albedoen, der skyldes skyerne, der har reduceret den indkommende stråling fra Solen, så nettoindstrålingen burde udtrykkes som .Til gengæld vil noget af denne nettoindstråling ved Jordens overflade blive reflekteret pga. albedobidraget *A*J**.** Det betyder, at der er en udgående kortbølget stråling svarende til .

Dermed ville det være lidt mere korrekt end i ligning (3) at angive energibalancen ved Jordens overflade på følgende vis:

Men dette udtryk kan omformes på følgende vis:

Parentesen kan omskrives:

Ved den sidste omskrivning benyttes et typisk ’trick’ i teoretiske udledninger, hvor man ved en sum ser bort fra et led, der er meget mindre end de øvrige. Da *AS* **=** 0,23 og *AJ* **=**0,08 er A=0,31 og **=**0,0184. Dvs. man begår en fejl på 3 % ved at se bort fra produktet i ovenstående sum.

Dermed kan ligningen med *I*J skrives:

Det er jo netop ligning (3).

Tilsvarende præciseringer kan gennemføres i forhold til ligning (4) vedrørende energibalancen ved toppen af atmosfæren:

Den indkommende nettostråling, når der er taget højde for albedoen fra skyerne, har størrelsen . Den udgående stråling består af infrarød stråling fra Jorden transmitteret gennem atmosfæren (), infrarød stråling udsendt fra selve atmosfæren (*I*A) samt kortbølget stråling reflekteret fra Jordens overflade:

Bemærk, at indgår to gange i udtrykket, fordi strålingen passerer både op og ned gennem Jordens atmosfære.

Samlet kan energibalancen ved toppen af atmosfæren udtrykkes på følgende vis:

Denne ligning kan omformes til:

Ved anvendelse af typiske værdier som *A*S**=**0,23 og *A*J **=**0,08 samt *τ*SYN =0,80 indser man, at erstattes parentesen ovenfor med udtrykket (1-*A*) begås en ’fejl’ på cirka 5 %, og dermed har man nået ligning (4).

1. AR6 Synthesis Report 2023: Climate Change 2023, IPCC og tidligere IPCC-rapporter. [↑](#footnote-ref-1)
2. https://www.carbonbrief.org/in-depth-qa-the-ipccs-sixth-assessment-report-on-climate-science/ [↑](#footnote-ref-2)
3. Energibalancerne, der udtrykkes på figur 5 samt i ligningerne (3) og (4) gælder kun med tilnærmelse. Bl.a. tages der ikke højde for, at en del af albedoen skyldes refleksion ved Jordens overflade (se side 4). Læs eventuelt appendiks A på side 31, hvor der argumenteres for, at ”fejlen” derved er forholdsvis lille. [↑](#footnote-ref-3)
4. https://www.ipcc.ch/report/ar6/wg1/figures/chapter-2/figure-2-22/ [↑](#footnote-ref-4)
5. https://www.ipcc.ch/report/ar6/wg1/figures/chapter-2/figure-2-24/ [↑](#footnote-ref-5)
6. https://www.geus.dk/natur-og-klima/tilpasning-til-klimaaendringer/havniveaustigninger [↑](#footnote-ref-6)
7. https://www.amap.no/documents/download/2987/inline [↑](#footnote-ref-7)
8. https://www.ipcc.ch/site/assets/uploads/2018/02/WGIIAR5-Chap30\_FINAL.pdf (s. 1658) [↑](#footnote-ref-8)
9. https://www.ipcc.ch/site/assets/uploads/2018/02/WGIIAR5-Chap30\_FINAL.pdf (s. 1658) [↑](#footnote-ref-9)
10. https://www.ipcc.ch/report/ar6/wg1/downloads/report/IPCC\_AR6\_WGI\_Chapter04.pdf (s. 577) [↑](#footnote-ref-10)